

Du trinôme du second degré à la théorie de Galois

Une croisière conceptuelle

Jean Merker

Présentation	7
Mode d'emploi	9
Chapitre I : Le trinôme du second degré.....	15
1. Les quatre opérations.....	15
2. Le trinôme du second degré.....	17
3. L'idée de l'équation générale	20
Chapitre II : Le calcul avec une indéterminée	27
1. L'addition et la multiplication des formes.....	27
2. L'algorithme de la division euclidienne	29
3. Propriétés arithmétiques des entiers ou des formes	31
Chapitre III : De l'égalité et de l'indiscernabilité.....	39
1. Théorie des ensembles ou langage des ensembles ?	39
2. Rapport fondamental entre les concepts d'égalité, de groupe, d'indiscernabilité	42
3. Groupe de Galois (absolu) d'un ensemble structuré	46
Chapitre IV : De nouveaux nombres	53
1. Les nombres entiers circulaires.....	53
2. Les polynômes circulaires	55
3. D'autres nombres "complexes"	57
4. Cas général : l'équation irréductible de degré n	60
Chapitre V : Le concept de dimension	65
1. Un concept simple de dimension	65
2. L'espace des n -uplets. Les espaces linéaires	67
3. Dimension d'un espace linéaire.....	71
Chapitre VI : On fait le point	79
1. Retour sur le corps des fractions rationnelles et le corps de rupture $K(\alpha)$ d'un polynôme P	79

2. Combien de racines de P sont dans un corps de rupture ?	
Définition du groupe de Galois relatif.....	81
Chapitre VII : Cap sur l'équation générale de degré n	89
1. Groupe de Galois de l'équation $x^n - 1 = 0$ sur \mathbb{Q} avec n premier. Corps fixe	89
2. L'équation radicale $x^p - a = 0$ avec p premier	93
3. Extensions successives. Adjonctions multiples	94
4. Groupe de Galois de l'équation générale de degré n	98
Chapitre VIII : Un voyage imaginaire intergalactique.....	105
1. Questions d'objectivité et d'invariance	105
2. Embryon de la « correspondance de Galois ».....	109
Chapitre IX : La non-résolubilité	113
1 Structure du groupe symétrique S_n	113
2. La démonstration proprement dite	117
Chapitre X : Fête d'adieu.....	129
Introduction	129
1. Le cas d'une équation quelconque.....	130
2. Résolution par une tour intérieure.....	135
3. Cas d'une tour extérieure : cas général.....	149
4. Le mot de la fin ou d'un nouveau départ	152
Chapitre XI : Le tout début de la théorie des groupes finis	
et des corps finis.....	161
I. Égalités relatives dans un groupe	161
II. Premières propriétés et exemples de groupes cycliques ...	169
III. Exemples de groupes résolubles.....	175
IV. Remarque finale sur les quotients	183
Notes	187
Annexes	195
Conclusion	215
Bibliographie	217