

Arithmétique en terminale S

Brigitte Duffaud, François Pétiard et le Groupe Lycée

Table des matières.	5
1. Divisibilité dans N et Z.	7
1- Quelques propriétés utiles de N et Z.....	7
2- Définitions.....	8
3- Propriétés de la divisibilité dans N et Z	9
4- Propriétés élémentaires des nombres premiers ou composés	10
2. Division euclidienne dans N et Z et applications.	13
1- Division euclidienne dans N	13
1.1.Existence de la division euclidienne dans N	13
1.2.Un critère de primalité	14
1.3.Systèmes de numération dans N	15
2- Division euclidienne dans z	19
3- Algorithme d'Euclide	21
4- Congruences dans Z	23
4.1.Définition.....	23
4.2.Propriétés	23
4.3.Critères de divisibilité	25
3. Pgcd — Nombres étrangers — Ppcm.	29
1- Pgcd (a, b).....	29
1.1.Existence et définitions	29
1.2.Propriétés des pgcd.....	30
1.3.Théorème de Bézout	30
1.4.Une caractérisation des pgcd	31
2- Nombres étrangers	31
2.1.Une autre caractérisation des pgcd	32
2.2.Nombres étrangers et nombres premiers	32
2.3.Propriétés des nombres étrangers	33
2.4.Théorème de Gauss.....	34
3- Applications aux congruences	34
3.1.Résolution de $ax \equiv b \pmod{n}$	34
3.2.Simplification de $ax \equiv ay \pmod{n}$	35
4- Généralisation : pgcd de n nombres ($n \geq 2$).....	35
5- Ppcm (a, b).....	37
5.1.Existence et définition.....	37
5.2.Propriétés du ppcm	38
5.3.Généralisation : ppcm de n nombres ($n \geq 2$).....	38
4. Factorialité de Z.	41
1- Existence et unicité d'une décomposition d'un entier.....	41
2- Applications	42
2.1.Divisibilité	43
2.2.Nombres étrangers	43
2.3.Pgcd et ppcm de deux nombres	43
A. Solutions des exercices	45
1- Solutions des exercices de la leçon 1	45
2- Solutions des exercices de la leçon 2.....	46
3- Solutions des exercices de la leçon 3.....	55
4- Solutions des exercices de la leçon 4.....	62

B. Quelques algorithmes	65
1- Crible d'Ératosthène	65
2- Savoir si un nombre est premier ou non	66
3- Algorithme d'Euclide d'obtention du pgcd de deux nombres	66
4- Coefficients de Bézout	67
5- Décomposition d'un nombre en facteurs premiers	67
C. Travaux pratiques	69
TP 1. Equations diophantiennes	70
TP 2. Théorème des restes chinois	71
TP 3. Période du développement décimal illimité d'un rationnel	73
TP 4. Tests de primalité : Fermat et Wilson	76
TP 5. Messages secrets	79
D. Une autre présentation du crible d'Ératosthène	85
E. Table des nombres premiers inférieurs à 2000	87
F. Bibliographie	89