

# Le chant du cygne des indivisibles

Le calcul intégral dans la dernière œuvre scientifique de Pascal

Claude MERKER

<b>Sommaire</b> .....	3
<b>Préface de François De Gandt</b> .....	7
<b>Introduction</b> .....	11
<b>Chapitre I - Les sommes chez Pascal</b> .....	21
Résumé .....	22
1 - Sommes simples. Quadrature de la roulette .....	24
2 - Sommes triangulaires .....	27
3 - Sommes pyramidales .....	33
4 - Sommes et indivisibles .....	37
5 - Caractère abstrait des sommes pascaliennes : elles sont les instruments d'un calcul algébrique. Originalité de Pascal par rapport à ses prédécesseurs: <i>Le Traité de la roulette</i> est un traité qui calcule avec des différentielles d'ordre 1 à 3 .....	39
6 - Liberté des définitions chez Pascal. Retour sur le mot « somme » Un exemple: la somme d'un faisceau de cordes dans un cercle .....	41
<b>Chapitre II - Un traité très technique</b> .....	47
Résumé .....	48
I - Intégrale curviligne .....	49
II - Changement de variable .....	55
III - Intégration double et triple .....	59
IV - Intégration par parties .....	65
1 - Figure adjointe et identité d'un volume .....	67
Variations sur l'adjointe .....	70
2 - Figure du double onglet et identité d'un centre de gravité .....	74
3 - "Figure rectifiante" ou "comment faire pour que des sinus deviennent des ordonnées". Les images des cinq premières propositions. La raison pour laquelle il y a plus d'images que d'originaux .....	77
4 - Des résultats extrêmes: les quatre dernières propositions du <i>Traité des Trilignes</i> .....	80
5 - L'unité du <i>Traité des trilignes</i> . Toutes les propositions sont lisibles comme des intégrations par parties. Pour Pascal le lien est dans la géométrie .....	82
6 - Fonction graphe arbitraire ou fonction correspondance. Pascal et ces deux points de vue. Il est prisonnier de la géométrie .....	84
V - <i>Traité de la roulette</i> et vision nouvelle : Pascal calcule avec des différentielles....	85
<b>Chapitre III - Un calcul à la manière de Pascal</b> .....	87
Résumé .....	88
1 - Calcul du solide de la roulette tourné à l'entour de la base .....	90
2 - Conclusion .....	98
<b>Chapitre IV - Le quart de cercle comme espace mystique et comme espace clos</b>	101
Résumé .....	102
1 - Roulette et cercle .....	103
2 - Pascal et le cercle .....	103
3 - Le quart de cercle comme espace clos par rapport aux opérationsde	

sommation. Pourquoi les problèmes s'y résolvent si bien .....	104
4 - L'absence de lien quadrature-dérivée : le quart de cercle comme frein, car tout s'y passe trop bien .....	109
5 - Conclusion .....	110
<b>Chapitre V - Divisions égales .....</b>	<b>111</b>
Résumé .....	112
I - Multiplicité des significations revêtues par l'égalité des divisions dans le <i>Traité de Roulette</i> .....	113
1 - Les divisions régulières dans l'histoire du calcul intégral avant Pascal. Rupture produite par le contenu des avertissements dans cette histoire. La somme des sinus est un non-calcul .....	113
Mode de calcul antérieur. "Régularité" .....	113
La somme des sinus. Il n'y a aucun calcul. Rôle des avertissements. Pascal reste en deçà de ses propres idées .....	115
2 - Les divisions égales et les sommes triangulaires. Le concept de somme triangulaire continue requiert l'égalité des divisions .....	116
Les deux formulations ; elles ne sont pas équivalentes quoi qu'en dise Pascal .....	116
Résumé des paragraphes 1 et 2. Pourquoi les sommes triangulaires ont disparu ....	121
3 - Les raisons pour lesquelles Pascal a été obligé à la fin du <i>Traité</i> des trilignes de reformuler les sommes triangulaires en sommes simples ..	122
4 - Les divisions égales comme indicateur de "variable d'intégration" .....	124
5 - Hypothèse sur l'origine de la double égalité. Conduites magiques lisibles dans les pléthores de divisions égales .....	128
II - Une "vraie" application des divisions égales .....	134
III- Conclusion .....	136
<b>Chapitre VI - Les problèmes d'octobre .....</b>	<b>137</b>
Résumé .....	138
1 - Contexte .....	139
2 - Énoncés .....	142
3 - La figure des problèmes d'octobre .....	144
4 - En résumé .....	146
5 - Un voyage dans les sept traités : le calcul du bras sur l'axe de la surface autour de la base .....	147
6 - Aux limites extrêmes de la géométrie calculante : le bras sur l'axe de la surface autour de l'axe .....	161
7 - Absence totale de notations algébriques. Ce qui les remplace. Géométrie et "calcul aveugle" .....	165
<b>Chapitre VII - Le coeur et la raison, les trois ordres, la place du calcul de la somme des sinus dans l'oeuvre de Pascal .....</b>	<b>167</b>
Résumé .....	168
1 - Le coeur et la raison .....	169
2 - Les trois ordres .....	170
3 - Le rôle du coeur et des ordres dans l'avertissement du <i>Traité</i> des sinus .....	174
4 - L'avertissement et la vision paradoxale du monde qui est celle des <i>Pensées</i> ....	178
<b>Annexe 1 - Rapide survol des sept traités .....</b>	<b>181</b>
1 - Lettre de M. Dettonville à M. de Carcavi .....	183
2 - <i>Traité</i> des Trilignes rectangles et de leurs onglets .....	184
3 - Propriétés des sommes simples, triangulaires et pyramidales .....	186
4 - <i>Traité</i> des Sinus du quart de cercle .....	186
5 - <i>Traité</i> des Arcs de cercle .....	187
6 - <i>Petit Traité</i> des solides circulaires .....	188

7 - Traité général de roulette .....	189
<b>Annexe 2 - Le traité de la roulette, les problèmes qu'il résout, sa place dans le monde scientifique du XVII<sup>e</sup> siècle .....</b>	<b>191</b>
1 - Les circonstances d'un concours .....	194
2 - Les lettres circulaires. Les problèmes de juin, ceux d'octobre .....	195
3 - <i>L'Essai sur les Secrets des Traités de la Roulette</i> de Pierre Costabel. Roberval, Wallis, Lalouvière, Fermat, Huyghens, Wren dans le concours .....	200
4 - Au-delà du concours .....	204
<b>Annexe 3 - Quelques précisions sur l'aire, la longueur, les tangentes à la cycloïde .....</b>	<b>205</b>
1 - Les relations géométriques de la roulette ordinaire .....	207
2 - Les équations paramétriques .....	208
3-L'aire .....	208
4 - Les tangentes .....	210
5 - La longueur .....	212
6 - Les roulettes allongées ou accourcies .....	214
<b>Glossaire .....</b>	<b>215</b>
<b>Références bibliographiques .....</b>	<b>223</b>