

# Introduction

Le groupe « Lycée » de l'IREM de Franche-Comté travaille depuis plusieurs années sur des problématiques issues de la géométrie permettant de créer des activités élèves dont la résolution fait appel à plusieurs parties du programme. Après la publication de la brochure *De la sphère au plan*, le groupe s'est orienté vers l'étude du cube, autre objet de l'espace. Objet apparemment élémentaire, le cube est source de questions mathématiques non triviales. La recherche des plus courts chemins sur le cube a déjà été détaillée dans la brochure *De la sphère au plan* comme activité liminaire à des études de cartographie.

La présente brochure étudie le cube dans trois positions particulières (voir représentations de la page suivante) :

- l'une des faces est horizontale (position  $\alpha$ ) ;
- deux arêtes opposées parallèles sont dans un même plan horizontal (position  $\beta$ ) ;
- une grande diagonale est verticale (position  $\gamma$ ).

Le cube est ici perçu comme un objet creux limité à ses six faces transparentes qui peut ainsi contenir une certaine quantité de liquide. On étudie le remplissage de ce cube par un liquide coloré dans ces diverses situations. On s'intéresse, dans cette expérience, à la forme de la surface du liquide, à l'aire de cette surface et au volume de liquide utilisé lorsque le remplissage atteint une hauteur fixée. La visualisation de l'expérience utilise une représentation en perspective cavalière du cube. La résolution des problèmes posés nécessite des connaissances sur les configurations de l'espace et conduit à étudier des fonctions. Conformément aux programmes de lycée, l'étude de ces fonctions n'est pas ici une fin en soi. Les différentes fonctions étudiées apparaissent naturellement dans le cadre du problème physique et leur étude va permettre de répondre à des questions concrètes : problèmes d'optimisation, réalisation d'une jauge...

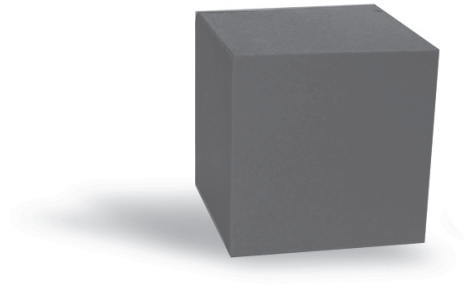
Les trois premiers chapitres de cette brochure sont respectivement consacrés à l'étude du cube dans les différentes positions définies ci-dessus. Ils sont structurés de la même façon : représentation en perspective cavalière du cube dans la position choisie, étude géométrique des lignes, surfaces de niveaux et solides associés puis étude des fonctions correspondantes. Le quatrième chapitre présente des activités expérimentées en classe de seconde, première et terminale. Un complément sur la perspective cavalière est proposé en annexe.

La variété des thèmes proposés permettra à l'enseignant d'organiser des travaux différenciés au sein de sa classe dès la classe de troisième. Les fonctions issues du problème physique étudié dans cette brochure sont intéressantes à étudier de la seconde à la terminale et permettent de déployer toute la palette des outils d'analyse aux programmes de ces classes.

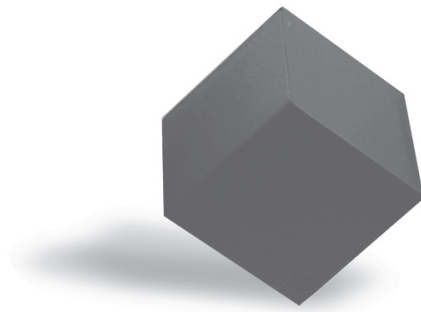
Le cube dans tous ses états

**Les différentes positions étudiées**

Position  $\alpha$  (classique) : une des faces du cube est posée sur un plan horizontal, une autre est dans le plan frontal.



Position  $\beta$  : le cube est posé sur une arête contenue dans un plan horizontal et une diagonale de la face frontale est verticale.



Position  $\gamma$  : une des diagonales du cube est verticale.

