

Éditorial

Ce numéro de *Mathématiques vivantes* est une monographie dédiée à une histoire de l'apport de Richard Dedekind à la théorie des idéaux et à la signification de sa définition ensembliste de l'idéal d'un anneau. Elle propose une synthèse originale des travaux d'Hourya Benis Sinaceur, Philip Kitcher, David Charles McCarty et Emmylou Haffner au sujet de cet acte inaugural des mathématiques du xx^e siècle, qui repèrent dans les notions d'ensemble et d'application le fondement de la pensée mathématique. La modernité de la présentation de Dedekind continue à nous interpeller, et Gwennaëlle Vidal montre qu'elle se base sur une philosophie originale des mathématiques qui échappe aux étiquettes traditionnelles (la philosophie critique de Kant, le logicisme de Frege et Russell, le formalisme d'un Nicolas Bourbaki). On n'a pas fini de réfléchir à cette philosophie pour mieux comprendre les fondements de la démarche des mathématiques contemporaines, largement empruntée à Dedekind.

Expliciter les choix de Dedekind permet aussi d'envisager des démarches alternatives :

- alors que Dedekind et Cantor se situent dans la continuité du concept de variété emprunté au mémoire « Sur les hypothèses qui servent de fondement à la géométrie » de Bernhard RIEMANN (1869) pour concevoir celui d'ensemble, mais n'en gardent que la relation d'appartenance (voir p. 36), il semble qu'aujourd'hui des structures plus riches comme les préfaisceaux et les topos capturent mieux la matière mouvante des mathématiques ;
- alors que la notion de nombre idéal de Kummer (par opposition à nombre réellement existant) devient concrète pour Dedekind sous la forme d'un sous-ensemble de l'anneau considéré, on peut estimer qu'il est plus concret d'enrichir l'anneau de plus grands communs diviseurs formels selon des règles pour les introduire et pour les éliminer d'une manière qui conserve les relations de divisibilité de l'anneau, parce qu'elle ne nécessite pas de théorie des ensembles : cette histoire-là, qui prend aussi pour point de départ le théorème de décomposition d'un nombre en produit de facteurs premiers, est présentée dans NEUWIRTH 2021.

Stefan Neuwirth.