

Table des matières

Préface	v
I Ensembles	1
1 Mathématiques constructives vs. mathématiques classiques	1
2 Ensembles, sous-ensembles, fonctions	7
3 L'axiome du choix	14
4 Catégories	16
5 Ensembles ordonnés et treillis	20
6 Ensembles bien fondés et ordinaux	24
7 Notes	29
II Algèbre de base	35
1 Groupes	35
2 Anneaux et corps	41
3 Les nombres réels	48
4 Modules	52
5 Anneaux de polynômes	59
6 Matrices et espaces vectoriels	64
7 Déterminants	68
8 Polynômes symétriques	72
9 Notes	75
III Anneaux et modules	77
1 Idéaux quasi-réguliers et radical de Jacobson	77
2 Modules cohérents, noethériens	79
3 Localisation	84
4 Produits tensoriels	87
5 Modules plats	91
6 Anneaux locaux	96
7 Anneaux commutatifs locaux	102
8 Notes	106

IV	Divisibilité dans les anneaux intègres	107
1	Divisibilité dans les monoïdes réguliers	107
2	Anneaux à factorisation unique et domaines de Bézout	113
3	Anneaux de Dedekind-Hasse et anneaux euclidiens	117
4	Anneaux de polynômes	122
5	Notes	126
V	Anneaux principaux	127
1	Diagonalisation des matrices	127
2	Modules de présentation finie	130
3	Modules de torsion, p -composantes, diviseurs élémentaires . . .	132
4	Transformations linéaires	134
5	Notes	137
VI	Théorie des corps	139
1	Extensions entières et anneaux impotents	139
2	Indépendance algébrique et bases de transcendance	144
3	Corps de décomposition et clôtures algébriques	150
4	Séparabilité et diagonalisabilité	153
5	Éléments primitifs	157
6	Séparabilité et caractéristique p	159
7	Corps parfaits	163
8	Théorie de Galois	166
9	Notes	173
VII	Factorisation des polynômes	175
1	Corps factoriels et corps séparablement factoriels	175
2	Extensions de corps (séparablement) factoriels	181
3	Corps de Seidenberg : la condition P	184
4	Le théorème fondamental de l'algèbre	187
5	Notes	190
VIII	Anneaux commutatifs noethériens	191
1	Le théorème de la base de Hilbert	191
2	Le théorème de normalisation de Noether et le lemme d'Artin-Rees	195
3	Le Nullstellensatz	199
4	L'approche de Tennenbaum pour le théorème de la base de Hilbert	202
5	Idéaux primaires	206
6	Localisation	209
7	Décompositions primaires	214
8	Anneaux de Lasker-Noether	218
9	Anneaux complètement de Lasker-Noether	221
10	Le théorème de l'idéal principal	224

11	Notes	227
IX	Algèbres de dimension finie	229
1	Représentations	229
2	Le théorème de densité	232
3	Le radical et les facteurs directs	235
4	Théorème de Wedderburn, première partie	239
5	Anneaux de matrices et algèbres à division	242
6	Notes	245
X	Groupes libres	247
1	Existence et unicité	247
2	Ensembles de Nielsen	251
3	Sous-groupes de type fini de groupes libres	253
4	Sous-groupes détachables de groupes libres de rang fini	256
5	Sous-groupes conjugués	259
6	Notes	261
XI	Groupes abéliens	263
1	Groupes sans torsion de rang fini	263
2	Groupes divisibles	268
3	Fonctions de hauteur sur les p -groupes	271
4	Le théorème d'Ulm	275
5	Construction de groupes d'Ulm	279
6	Notes	282
XII	Théorie des valeurs absolues	285
1	Valeurs absolues	285
2	Valeurs absolues localement précompactes	291
3	Corps pseudofactoriels	294
4	Espaces vectoriels normés	297
5	Corps réels et complexes	300
6	Le lemme de Hensel	305
7	Extensions de valeurs absolues	314
8	Indice de ramification et degré résiduel (e et f)	319
9	Notes	323
XIII	Domaines de Dedekind	325
1	Ensembles de Dedekind (de valeurs absolues discrètes)	325
2	Théorie des idéaux	328
3	Extensions finies	332
	Références	335

Index des termes	341
Postface du traducteur	355
1 La réception de l'ouvrage	355
2 Une théorie des ensembles revisitée	357
3 L'exemple des anneaux principaux et des modules de type fini sur ces anneaux	363
4 Les problèmes de factorisation	364
5 Les anneaux noethériens	367
6 Le théorème de structure de Wedderburn	372
7 Les domaines de Dedekind	375
Références	376
Réception de l'ouvrage	379